

Mestna občina Celje
Komisija Mladi za Celje

POPOLNA IN PRIJATELJSKA ŠTEVILA V 6. RAZREDU

Raziskovalna naloga

AVTORICE
Pia Bobnar
Eva Pečnik
Neli Turinek

MENTORICA
Tina Škrabe

LEKTORICA
Jelka Presker

Celje, marec 2019

Osnovna šola Hudinja
Celje

POPOLNA IN PRIJATELJSKA ŠTEVILA V 6. RAZREDU

Raziskovalna naloga

Avtorice:

Pia Bobnar
Eva Pečnik
Neli Turinek

Mentorica:

Tina Škrabe, prof. mat. in ped.

Mestna občina Celje, Mladi za Celje
Celje, marec 2019

POVZETEK

V teoretičnem delu raziskovalne naloge smo predstavile definicijo popolnih števil. Zapisale smo delitelje prvih treh popolnih števil in pokazale, zakaj so ta števila popolna. Na primeru smo pokazale posebnost prijateljskih števil in zapisale definicijo le teh ter nekaj zanimivosti prijateljskih števil.

V raziskovalnem delu smo opisale, kako je potekala predstavitev popolnih in prijateljskih števil našim sošolcem. Razdelile smo ankete in jih analizirale. Ugotavljale smo, če so si sošolci zapomnili definiciji popolnih in prijateljskih števil, prvi dve popolni števili ter prvi par prijateljskih števil.

Kazalo vsebine

POVZETEK.....	3
Kazalo grafov	5
Kazalo slik	5
Kazalo tabel	5
1 UVOD	6
1.1 NAMEN IN CILJI	6
1.2 HIPOTEZE	6
1.3 METODE DELA	7
1.3.1 DELO Z LITERATURO	7
1.3.2 RAZISKAVA	7
1.3.3 ANKETIRANJE	7
1.3.4 OBDELAVA PODATKOV	7
2 TEORETIČNI DEL NALOGE	8
2.1 POPOLNA ŠTEVILA	8
2.2 PRIJATELJSKA ŠTEVILA	10
3 RAZISKOVALNI DEL NALOGE	11
3.1 OPIS UČNE URE	11
3.2 ANALIZA ANKETNEGA VPRAŠALNIKA	12
3.3 DISKUSIJA	19
4 ZAKLJUČEK.....	20
5 VIRI IN LITERATURA	21
5.1 LITERATURA	21
5.2 INTERNETNI VIRI	21
5.2 SLIKOVNI VIRI	21
6 PRILOGA.....	22
6.1 ANKETNI VPRAŠALNIK	22
6.2 IZJAVA	23

Kazalo grafov

GRAF 1: SPOL IN RAZRED ANKETIRANCEV	12
GRAF 2: ANALIZA PRVEGA VPRAŠANJA GLEDE NA RAZRED UČENCEV	13
GRAF 3: ANALIZA PRVEGA VPRAŠANJA GLEDE NA NIVO UČENCEV	13
GRAF 4: ANALIZA DRUGEGEA VPRAŠANJA GLEDE NA RAZRED UČENCEV	14
GRAF 5: ANALIZA DRUGEGA VPRAŠANJA GLEDE NA NIVO UČENCEV	14
GRAF 10: ANALIZA PETEGA VPRAŠANJA GLEDE NA RAZRED UČENCEV	17
GRAF 11: ANALIZA PETEGA VPRAŠANJA GLEDE NA NIVO UČENCEV	17
GRAF 12: ANALIZA ŠESTEGA VPRAŠANJA GLEDE NA RAZRED UČENCEV	18
GRAF 13: ANALIZA ŠESTEGA VPRAŠANJA GLEDE NA NIVO UČENCEV	18

Kazalo slik

SLIKA 1: PREDSTAVITEV POPOLNIH IN PRIJATELJSKIH ŠTEVIL SOŠOLCEM	11
---	----

Kazalo tabel

TABELA 1: PRIKAZ TIPOV PRVIH DESETIH NARAVNIH ŠTEVIL	9
--	---

1 UVOD

*»Matematika je velika znanost, čudovit sad ene od najbolj dragocenih sposobnosti
človeškega razuma.«*

D. I. Pisarjev

1.1 NAMEN IN CILJI

Ali so števila lahko popolna? Obstajajo prijateljska števila? Mentorica nam je postavila ti dve vprašanji. Pobrskale smo po literaturi in internetu in tema se nam je zdela zanimiva. Želele smo jo predstaviti sošolcem. Pripravile smo predstavitev in jo predstavile v vseh treh šestih razredih na naši šoli. Bilo nas je strah, da sošolci ne bodo sodelovali, a so se odlično izkazali. Naš namen je bil sošolce spodbuditi k sodelovanju, k razmišljanju ter naše delo predstaviti na preprost način. Zdi se nam, da je bil cilj dosežen, saj so učenci sodelovali in so odnesli kar nekaj znanja.

Zanimalo nas je:

- Bodo sošolci opazili, ko bodo sešteli vse delitelje števila, razen števila samega, da je število 6 posebno?
- Ali si bodo sošolci zapomnili, kaj je popolno število?
- Ali si bodo zapomnili, katero je prvo popolno število?
- Bodo znali samostojno poiskati drugo popolno število?
- Bodo opazili, ko bodo iskali prave delitelje števila 220 in 284, da je vsota pravih deliteljev križno enaka drugemu številu?
- Ali si bodo zapomnili kaj sta prijateljski števili?
- Si bodo sošolci zapomnili, kateri je prvi par prijateljskih števil?

1.2 HIPOTEZE

Pred začetkom raziskovalnega dela smo si postavile štiri hipoteze, ki smo jih v nadaljevanju naše raziskovalne naloge potrdile ali ovrgle:

- Večina sošolcev si bo zapomnila definicijo popolnih števil.
- Večina bo znala poiskati (oziroma si bo zapomnila) prvi dve popolni števili.
- Večina si bo zapomnila, kaj so prijateljska števila.
- Večina sošolcev si bo zapomnila prvi prijateljski par.

1.3 METODE DELA

Pri našem raziskovanju smo uporabile naslednje metode dela: najprej smo se podrobno pozanimale, kaj so popolna in prijateljska števila. Ta števila smo potem predstavile učencem vseh treh razredov s pomočjo predstavitve v power pointu. Po enem mesecu smo vsem učencem razdelile ankete, ki smo jih potem analizirale. Nato smo lahko predpostavljene hipoteze ovrgle ali potrdile ter sestavile zaključno misel.

1.3.1 DELO Z LITERATURO

S pomočjo interneta in knjig smo se seznale o tem, kaj so popolna in prijateljska števila. Najprej smo v različnih virih prebrale definicije popolnega števila. Ugotovile smo, da obstajajo trije tipi: obilno, pomanjkljivo in popolno število. Nato smo poiskale še definicijo popolnih števil, zapisale smo nekaj zanimivosti o le-teh.

1.3.2 RAZISKAVA

V naši raziskavi smo želele ugotoviti posebnost popolnih in prijateljskih števil, pridobljeno znanje smo želele deliti z našimi sošolci, zato smo izvedle uro na kateri smo jih predstavile. Zanimalo nas je, koliko si bodo sošolci zapomnili, če slišijo novo snov, ki pa ni preverjena in ocenjena pri rednem pouku.

1.3.3 ANKETIRANJE

Anketiranje smo izvedle na Osnovni šoli Hudinja. Anketirale smo učence šestih razredov. Razdelile smo 51 anketnih vprašalnikov in vsi so bili veljavni. Anketa je bila anonimna, vprašalnik je bil sestavljen iz vprašanj zaprtega tipa, eno vprašanje je bilo odprtega tipa.

1.3.4 OBDELAVA PODATKOV

Podatke iz anketnih vprašalnikov smo obdelale (pregledale in analizirale), jih razvrstile glede na razred in nivo ter jih prikazale z grafi. Pri tem smo uporabile računalniški program Microsoft Word. Zbrane podatke smo interpretirale in podale splošne ugotovitve, s katerimi smo lahko svoje hipoteze potrdile ali ovrgle.

2 TEORETIČNI DEL NALOGE

Naravna števila, s katerimi se začnemo spoznavati že v zelo zgodnjih letih našega življenja, se nam zdijo preprosti in domači del matematike. Določena so z enostavnim pravilom, s ponavljajočim prištevanjem števila 1. Vsakemu od njih pa lahko pripišemo določene lastnosti, ki dajejo številu poseben značaj, soda in liha števila, praštevila, kvadrat ... (Crubellier in Sip, 1997)

Poseben značaj imajo tudi števila, ki jih bomo opisale, to so popolna in prijateljska števila.

2.1 POPOLNA ŠTEVILA

Naravno število n imenujemo popolno, če je vsota njegovih deliteljev enaka $2 \cdot n$. Večjo pozornost pa vzbudi definicija starih modrecev: »Popolno število je enako vsoti svojih alikvotnih delov.« (Crubellier in Sip, 1997)

Alikvoten po SSKJ pomeni, da deli celoto brez ostanka (Fran, b.d.).

Število 6 je torej popolno število, ker je vsota njegovih deliteljev enaka dvakratniku števila samega.

Delitelji števila 6 so:

$$D_6 = \{1, 2, 3, 6\}.$$

Vsota deliteljev števila 6 je 12:

$$1 + 2 + 3 + 6 = 12.$$

Število 12 pa je dvakratnik števila 6:

$$2 \cdot n = 2 \cdot 6 = 12.$$

Po definiciji starih modrecev bi razložili, da je število 6 popolno število, ker so alikvotni deli števila 6: 3 (polovica števila 6), 2 (tretjina števila 6) in 1 (šestina števila 6). Število 6 je zato popolno število, saj je

$$1 + 2 + 3 = 6.$$

V Wikipediji najdemo definicijo, da je popolno število pozitivno celo število n , za katerega je vsota pozitivnih pravih deliteljev enaka n . Zapisano je, da pravi delitelji števila n ne vsebujejo (Wikipedia, b.d.).

Naslednji popolni števili sta števili 28 in 496, saj velja:

$$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28,$$

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496.$$

Podrobno razlago o popolnih številih najdemo v delih novopitagorejca Nikomaha iz Gerase (okoli leta 100), v katerih opisuje tri tipe števil:

- Preobilno število

Naravno število, katerega vsota alikvotnih delov je večja od njega samega. To je število, bogato z delitelji. Zanj so uporabljali grško besedo *hiperteles*, kar pomeni: kar presega mere popolnega. Običajnejše poimenovanje je obilno število.

- Pomanjkljivo število

Naravno število, katerega vsota njegovih pravih deliteljev je manjša od njega samega.

- Popolno število

Naravno število, ki naj bi bilo uravnoteženo med obema tema tipoma, ki naj bi bila nepopolna (Crubellier in Sip, 1997).

V tabeli bomo prikazale, kakšna so števila od 1 do 10.

Število	Pravi delitelji	Vsota	Tip števila
1	0	0	Pomanjkljivo
2	1	1	Pomanjkljivo
3	1	1	Pomanjkljivo
4	2	3	Pomanjkljivo
5	1	1	Pomanjkljivo
6	3	6	Popolno
7	1	1	Pomanjkljivo
8	3	7	Pomanjkljivo
9	2	4	Pomanjkljivo
10	3	8	Pomanjkljivo

Tabela 1: Prikaz tipov prvih desetih naravnih števil

2.2 PRIJATELJSKA ŠTEVILA

Preverimo delitelje števil 220 in 284:

$$D_{220} = \{1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220\},$$

$$D_{284} = \{1, 2, 4, 71, 142, 284\}.$$

Izračunajmo vsoto pravih deliteljev:

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284,$$

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.$$

Pri zgornjem primeru lahko vidimo, da sta števili 220 in 284 nekako vzajemni. Vsota pravih deliteljev števila 220 je 284, vsota pravih deliteljev števila 284 pa 220. Števili s to lastnostjo so že stari Grki poimenovali prijateljski števili (Grasselli, 1985/1986).

V Wikipediji najdemo definicijo, da sta prijateljski števili celi števili, katerih vsota njunih pravih deliteljev je križno enaka drugemu številu (Wikipedia, b.d.).

Prvi prijateljski par naj bi našel že Pitagora. Če to drži, je bil začetek prijateljskih števil že pred dobrimi 2500 leti.

Dolgo časa sta bili omenjeni števili edini znani prijateljski števili. V času Leonarda Eulerja so bili znani trije prijateljski pari. Poleg že omenjenega še:

$$12796 \text{ in } 18416; \quad \text{ter} \quad 9363584 \text{ in } 9437056.$$

Euler je izpeljal več pravil, ki jih je uporabil za iskanje prijateljskih števil. Našel je 59 novih parov. Med njimi tudi pare lihih števil. Do leta 1945 so poznali 200 prijateljskih parov. V času, ko si lahko pomagajo z računalniki pri preizkušanju pravil, je takšnih parov že 1130.

Vsi do sedaj znani pari prijateljskih števil so ali sodi (obe števili v paru sta sodi) ali lihi. Na vprašanje, koliko je parov prijateljskih števil, ni odgovora, nekaterim se zdi, da to vprašanje ne bo nikoli rešeno (Grasselli, 1985/1986).

3 RAZISKOVALNI DEL NALOGE

3.1 OPIS UČNE URE

V vseh treh šestih razredih na OŠ Hudinja smo izvedle učno uro, v kateri smo želele učencem predstaviti popolna in prijateljska števila.

Na začetku ure smo se predstavile in povedale, da delamo raziskovalno nalogo o popolnih in prijateljskih številih. V zvezke so si zapisali naslov in navodila prve naloge, poiskati so morali vse delitelje števil od 1 do 10. Ko so jih poiskali, so morali sešteti vse prave delitelje števil (torej delitelje brez števila samega). Nekateri so hitro ugotovili posebnost števila 6, da je vsota njegovih pravih deliteljev število samo, torej, da je število 6 popolno število. Delo so nadaljevali z iskanjem naslednjega popolnega števila. Po desetih minutah iskanja ga je en sošolec našel in svojo rešitev, število 28, predstavil ostalim sošolcem. Povedale smo jim še nekaj zanimivosti o popolnih številih: prvi dve popolni števili so poznali že pitagorejci; naslednji dve je našel Evklid; peto popolno število so našli šele v 15. stoletju; vsako popolno število se končuje s števkami 6 ali 8; ne vemo ali obstaja neskončno število popolnih števil in ali obstaja liho popolno število. Postavile smo jim vprašanje, če sta števili 220 in 284 popolni števili. Zapisali so prave delitelje teh dveh števil in jih sešteli. Ugotovili so, da sta števili med sabo povezani. Povedale smo, da imenujemo števila, katerih vsota njunih pravih deliteljev je križno enaka drugemu številu, prijateljska števila. Na koncu ure smo se sošolcem zahvalile za sodelovanje.

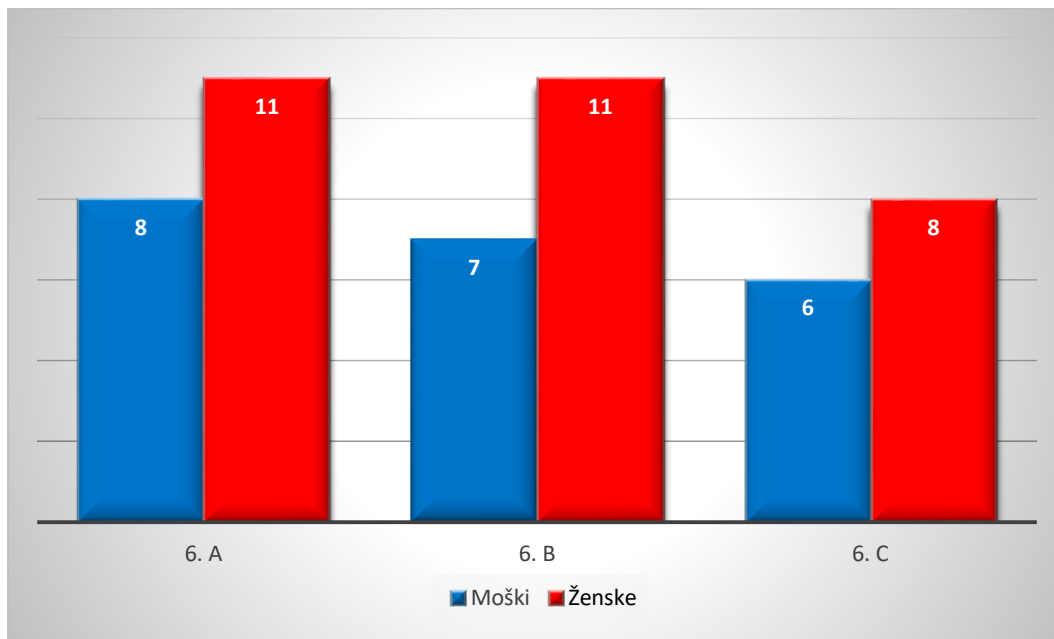
Učenci so čez en mesec na nivojski uri rešili anketni vprašalnik. Zanimalo nas je, koliko so si zapomnili od snovi, ki smo jim jo predstavile.



Slika 1: Predstavitev popolnih in prijateljskih števil sošolcem

3.2 ANALIZA ANKETNEGA VPRAŠALNIKA

1. Spol in razred anketirancev



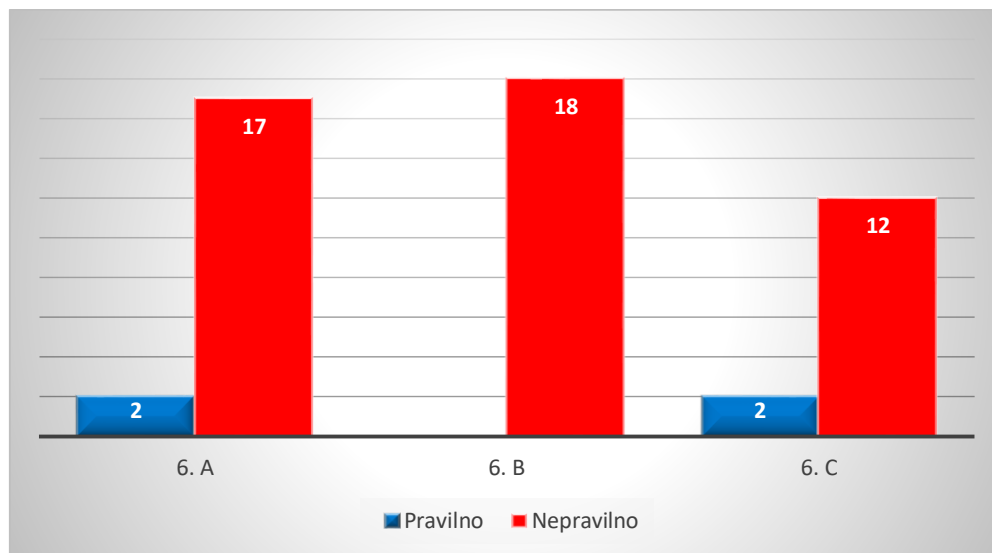
Graf 1: Spol in razred anketirancev

Na naše anketne vprašalnike je odgovorilo 51 učencev iz treh šestih razredov, od tega 21 moških in 33 žensk. Anketne vprašalnike smo analizirale po razredih in po nivojih, v katerih so učenci, in primerjale rezultate.

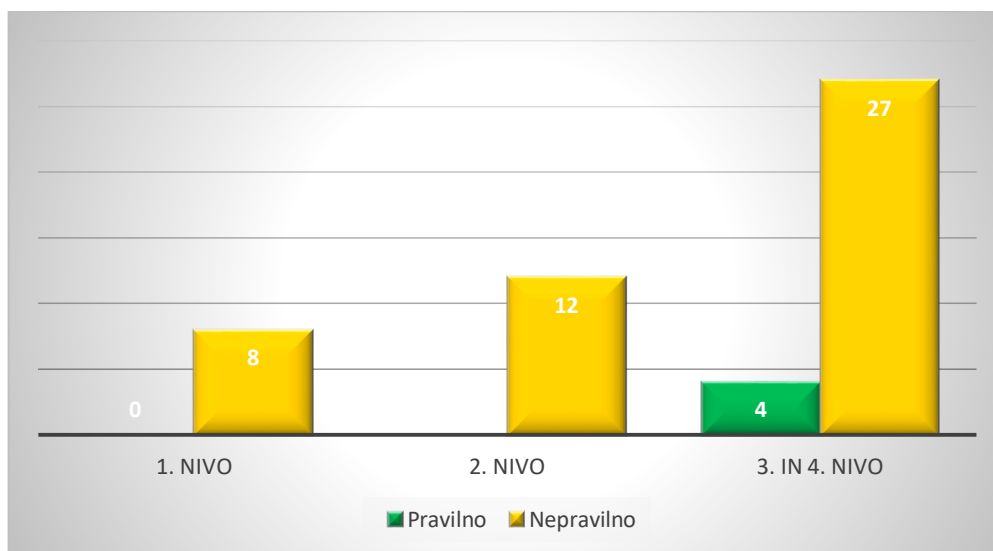
2. Prvo vprašanje

Dopolni poved.

POPOLNA ŠTEVILA SO ŠTEVILA, KI SO ENAKA _____ SVOJIH DELITELJEV, RAZEN ŠTEVILA SAMEGA.



Graf 2: Analiza prvega vprašanja glede na razred učencev



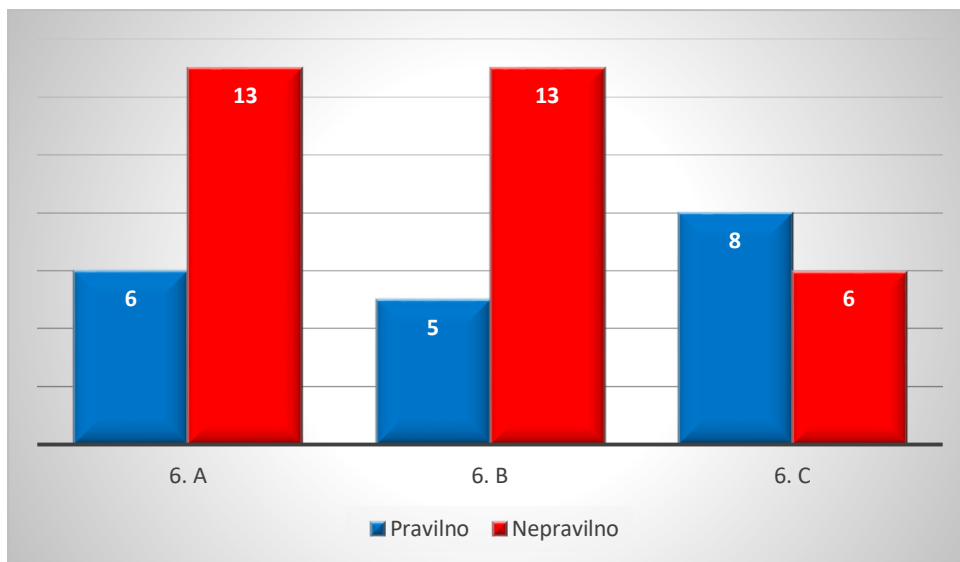
Graf 3: Analiza prvega vprašanja glede na nivo učencev

Pri prvem vprašanju so morali učenci vstaviti v poved besedo *vsoti*. V prvem in drugem nivoju ni nihče pravilno dopolnil povedi. V tretjem in četrtem nivoju so 4 učenci pravilno rešili nalogo, kar je 8 % vseh učencev. 2 učenca sta bila iz 6. a razreda, 2 pa iz 6. c. Iz grafov je razvidno, da si učenci niso zapomnili definicije popolnih števil.

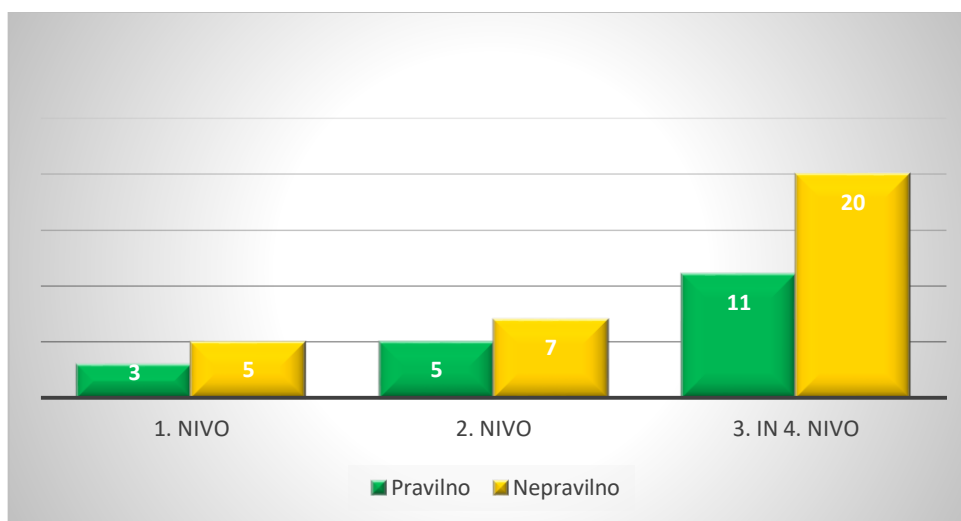
3. Drugo vprašanje

Katero število je 1. popolno število?

- a) 2
- b) 8
- c) 6
- d) 4



Graf 4: Analiza drugega vprašanja glede na razred učencev



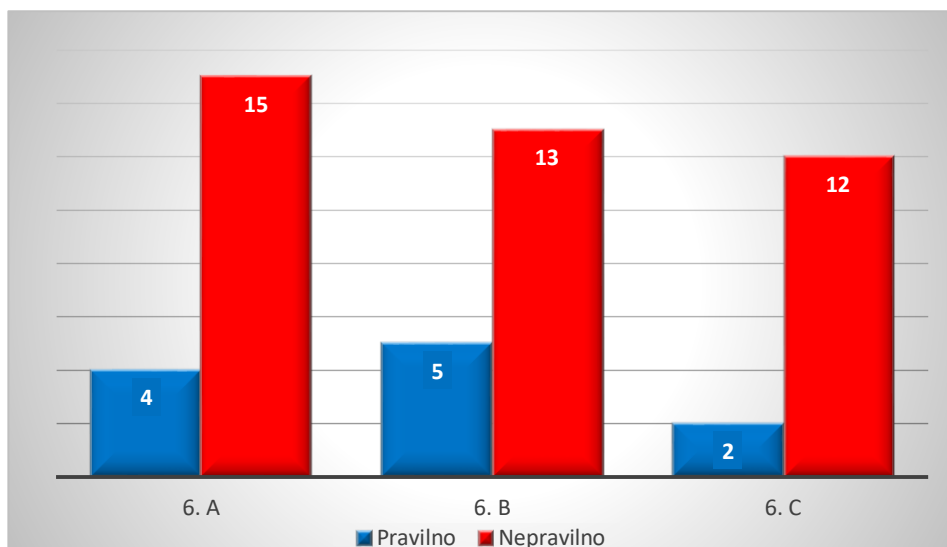
Graf 5: Analiza drugega vprašanja glede na nivo učencev

Učenci so morali pri drugi nalogi odgovoriti, katero je prvo popolno število. Ta naloga je bila rešena bolje kot prva. Veliko učencev je znalo povedati, da je število 6 popolno število. Pričakovale smo še boljše rezultate. Trije učenci iz prvega nivoja so odgovorili pravilno. Iz drugega nivoja je pet učencev odgovorilo pravilno. V tretjem in četrtem nivoju je na drugo vprašanje pravilno odgovorilo 11 učencev. Od 51 učencev je 19 učencev (37 %) odgovorilo pravilno. Največ učencev, ki so odgovorili pravilno, je iz 6. c razreda (57 %).

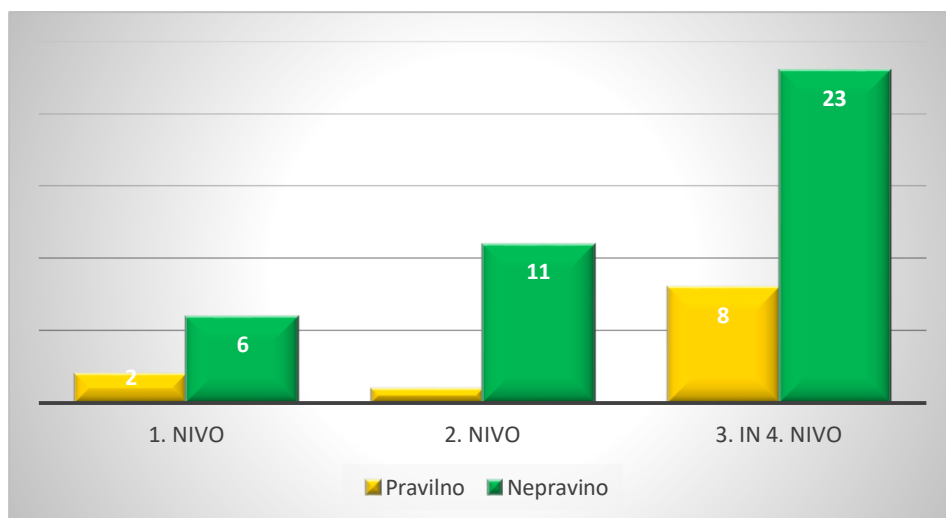
4. Tretje vprašanje

Na kateri dve števk se končujejo popolna števila?

- a) 4,6
- b) 2,8
- c) 2,6
- d) 6,8



Graf 6: Analiza tretjega vprašanja glede na razred učencev



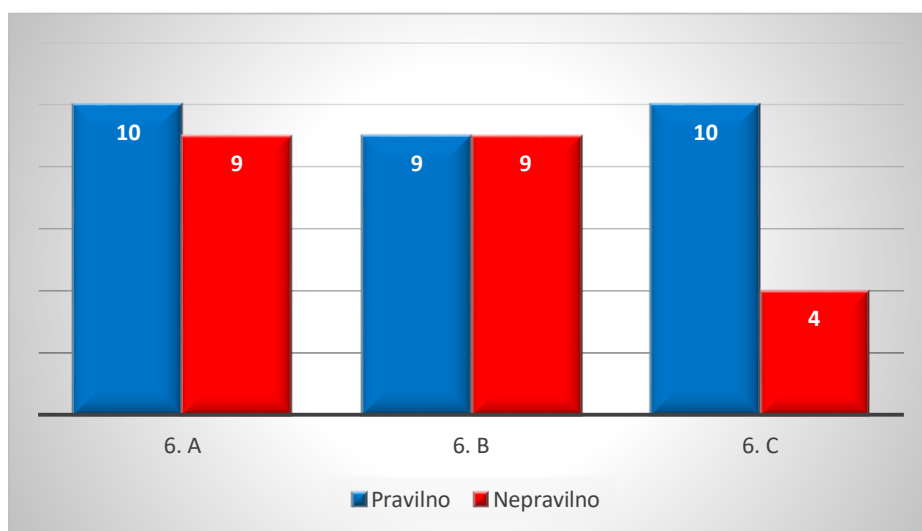
Graf 7: Analiza tretjega vprašanja glede na nivo učencev

Učenci so morali pri tretji nalogi odgovoriti, da se popolna števila končujejo s števk 6 ali 8. Naloga ni bila rešena dobro. Menimo, da zato, ker smo ta podatek na predstavitveni uri samo omenile. V prvem nivoju sta pravilno odgovorila samo 2 učenca od osmih. V drugem nivoju je pravilno odgovoril en učenec. V tretjem in četrtem nivoju je bilo pravih odgovorov 8, kar je 26 %. Največ učencev (pet), ki so odgovorili pravilno, je iz 6. b razreda, kar je 28 %. Od vseh šestošolcev je pravilni odgovor vedelo 22 %.

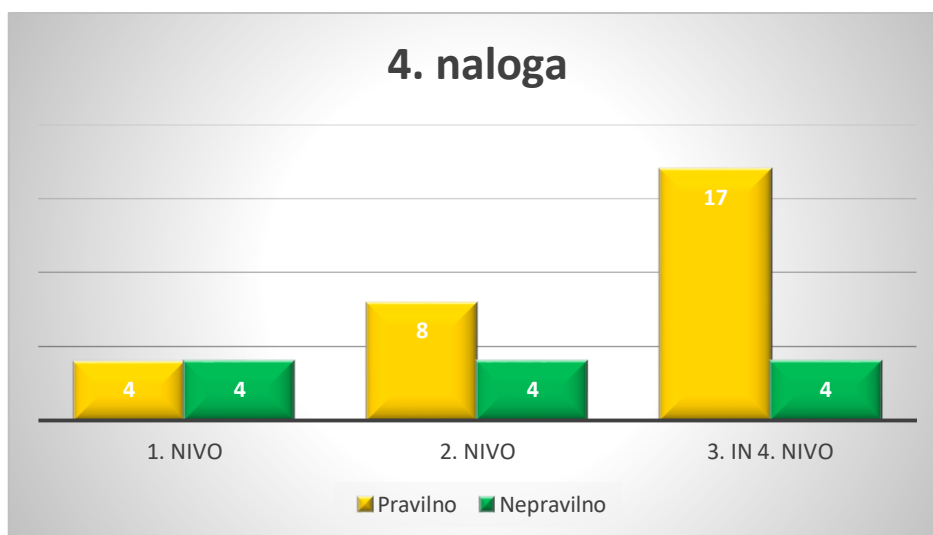
5. Četrto vprašanje

Katero število je naslednje popolno število?

- a) 23
- b) 26
- c) 28
- d) 29



Graf 8: Analiza četrtega vprašanja glede na razred učenca



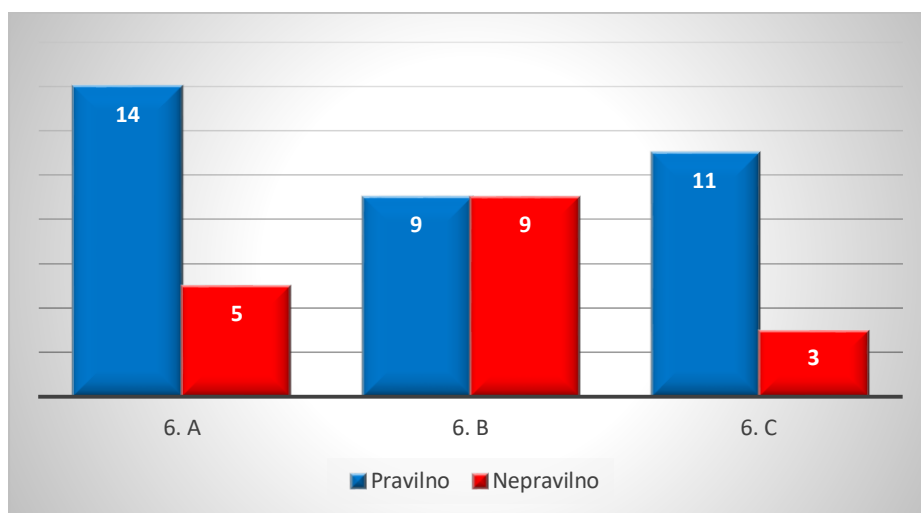
Graf 9: Analiza četrtega vprašanja glede na nivo učencev

Pri četrtem vprašanju so morali učenci odgovoriti, da je naslednje popolno število 28. Naloga je dobro rešena, večina učencev jo je rešila pravilno (57 % vseh učencev). Verjetno so si tako dobro zapomnili naslednje popolno število, ker so ga morali sami poiskati. V prvem nivoju so pravilno odgovorili 4 učenci (50 %), v drugem nivoju 8 učencev (67 %), v tretjem in četrtem 17 učencev, kar je 81 %. Najbolje so to nalogo rešili učenci 6. c razreda, kar 71 % jih je odgovorilo pravilno.

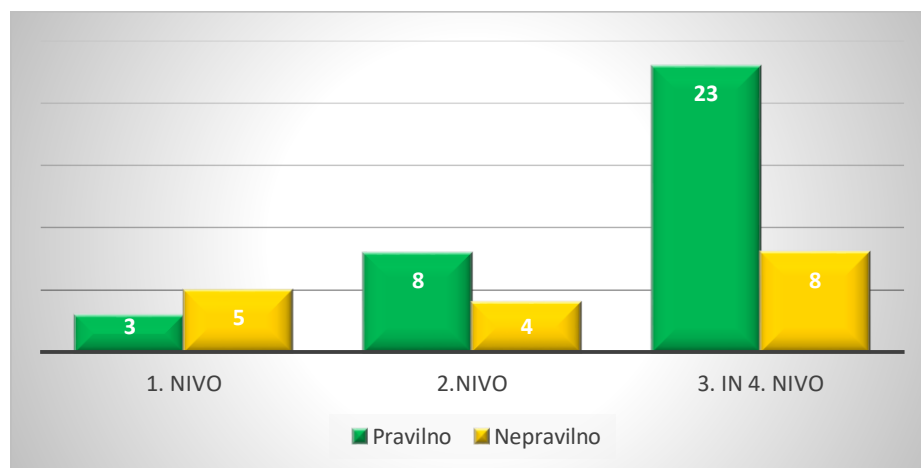
6. Peto vprašanje

Kako se imenujeta števili, katerih vsota njunih pravih deliteljev je križno enaka drugemu številu?

- a) prava števila
- b) prijazna števila
- c) popolna števila
- d) prijateljska števila



Graf 6: Analiza petega vprašanja glede na razred učencev



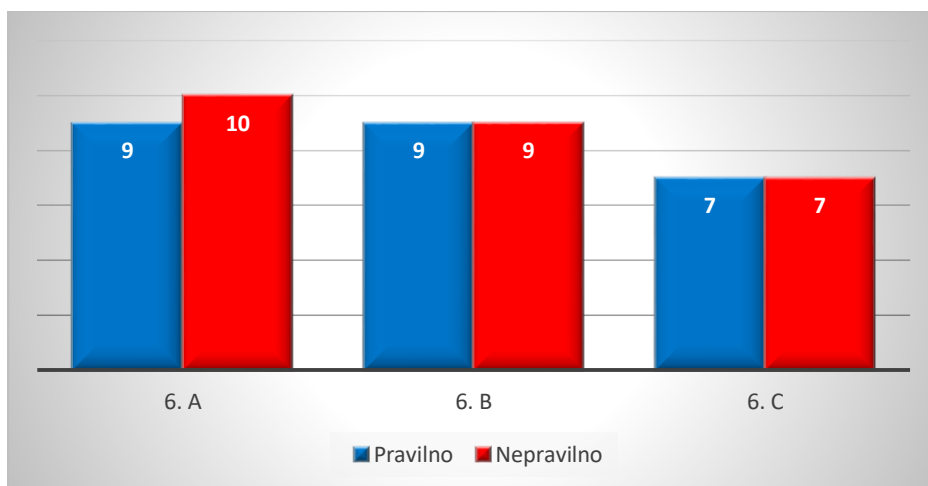
Graf 7: Analiza petega vprašanja glede na nivo učencev

Pri peti nalogi so morali učenci odgovoriti, da se števili, katerih vsota njunih pravih deliteljev je križno enaka drugemu številu, imenujeta prijateljski števili. Tudi ta naloga je dobro rešena. Menimo, da so si ime števil s to lastnostjo dobro zapomnili, ker je poimenovanje tako zanimivo. Naloga je bila lažja kot prva tudi zato, ker je bila definicija napisana, poiskati so morali samo ime. V prvem nivoju so pravilno odgovorili trije učenci (38 %), v drugem osem (67 %), v tretjem in četrtem nivoju pa 23 učencev, kar je 74 %. Skupaj je pravilno odgovorilo 34 učencev (67 %). Naloga je bila najbolje rešena v 6. c razredu, 79 % učencev je odgovorilo pravilno.

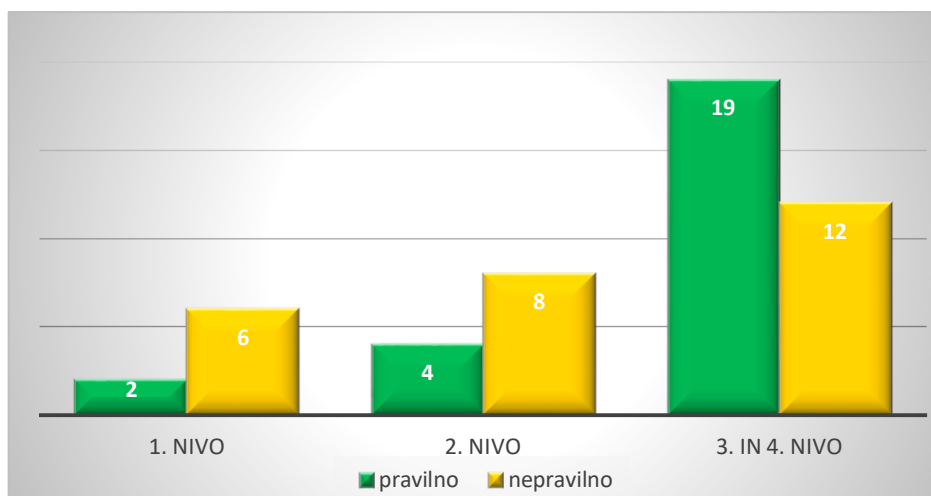
7. Šesto vprašanje

Kateri števili sta to?

- a) 224 in 219
- b) 220 in 199
- c) 284 in 220
- d) 228 in 220



Graf 8: Analiza šestega vprašanja glede na razred učencev



Graf 9: Analiza šestega vprašanja glede na nivo učencev

Šesta naloga je rešena slabše kot prejšnji dve nalogi. Sploh v prvem in drugem nivoju. Menimo, da si je večja števila težje zapomniti. V prvem nivoju sta vedela pravilni odgovor dva učenca, v drugem štirje, v tretjem pa 19 učencev, kar je 61 %. Skupno je nalogo pravilno rešilo 49 % vseh učencev. Nalogo sta bolje od 6. a razreda rešila 6. b in 6. c, v obeh je delež učencev, ki je pravilno rešil nalogo, 50 %.

3.3 DISKUSIJA

V okviru naše raziskovalne naloge smo razdelile anketne vprašalnike učencem šestih razredov naše šole. Dobile smo odgovore na naša vprašanja, s katerimi smo lahko potrdile ali ovrgle naše hipoteze, ki smo si jih postavile že pred začetkom raziskovalnega dela. Zanimalo nas je, ali si bodo sošolci zapomnili definicijo popolnih števil, če si bodo zapomnili prvi dve popolni števili, ali si bodo zapomnili definicijo prijateljskih števil in če se bodo spomnili, kateri je prvi prijateljski par.

Pri prvi hipotezi smo predpostavile, da si bo večina učencev zapomnila definicijo popolnih števil. To hipotezo smo ovrgle, saj večina učencev iz vseh treh šestih razredov ni znala dopolniti definicije, kar je prikazano v grafih 2 in 3.

V drugi hipotezi smo trdile, da si bo večina sošolcev zapomnila prvi dve popolni števili. Ta hipoteza le delno drži, saj se večina sošolcev ni spomnila, katero je prvo popolno število. To je razvidno v grafih 4 in 5. V grafih 8 in 9 pa opazimo, da si je večina sošolcev zapomnila drugo popolno število, število 28.

Pri tretji hipotezi smo predvidevale, da si bo večina učencev zapomnila, kaj so prijateljska števila. To hipotezo lahko potrdimo, kar je razvidno v grafih 10 in 11.

Četrta hipoteza je bila, da si bo večina učencev zapomnila prvi prijateljski par. Manj kot polovica sošolcev ni prepoznala prvega prijateljskega para, zato smo tudi to hipotezo ovrgle, kar je razvidno v grafih 12 in 13.

4 ZAKLJUČEK

V naši raziskovalni nalogi smo želele spoznati, katera števila so popolna števila in kaj je značilno za prijateljska števila. Pridobljeno znanje smo želele deliti s svojimi sošolci in ugotoviti, koliko znanja bodo pri tem usvojili.

V teoriji naše raziskovalne naloge smo najprej predstavile definicijo popolnih števil, ki so jo zapisali stari modreci, nato pa še nam bližjo definicijo. Prva tri popolna števila smo zapisale kot vsoto pravih deliteljev. Opisale smo tri tipe števil: preobilno, pomanjkljivo in popolno število. V tabeli smo prikazale, kateri tip je prvih deset naravnih števil. Nato smo preverile vsoto pravih deliteljev števil 220 in 284 in ugotovile, da imata ti dve števili lastnost prijateljskih števil. Zapisale smo definicijo in nekaj zanimivosti teh števil.

Raziskovalni del je potekal tako, da smo pripravile učno uro o popolnih in prijateljskih številih, ki smo jo predstavile v treh šestih razredih. Naši sošolci so uro dobro spremljali, sodelovali so, snov jih je zanimala. Po enem mesecu smo razdelile anketne vprašalnike s šestimi vprašanji o popolnih in prijateljskih številih. Zanimalo nas je, koliko so si učenci po tem času zapomnili. Z analizo anketnih vprašalnikov smo že prej napisane hipoteze potrdile ali ovrgle. Kot je razvidno iz hipotez, ki smo si jih postavile, smo pričakovale in verjele, da si bodo sošolci zapomnili več, ker je snov zanimiva in ni del učnega načrta. Slabše rešena vprašanja na anketi so bila tista, ki so se nanašala na teorijo, podatke, ki smo jih v učni uri samo omenile. Kar pa so učenci preizkusili, zapisali v zvezke, poskušali sami najti, pa so si bolj zapomnili. Opazile smo bistveno razliko med znanjem učencev, ki so v tretjem ali četrtem nivoju pri pouku matematike, le-ti so naloge reševali bolje, kot tisti, ki so v prvem ali drugem nivoju. Pri štirih vprašanjih je izstopal 6. c razred, ki pa učno ni boljši od 6. a in 6. b razreda.

Priprava, pisanje in raziskovanje v teh mesecih raziskovalnega dela je bilo zelo poučno za nas. Tema nas je zanimala. Uživale smo v pripravi ure za naše sošolce ter prav tako v vlogi učiteljic, ko smo jim predstavile popolna in prijateljska števila. Menimo, da so si tudi naši sošolci zato veliko zapomnili, ker je tema zanimiva, ker so slišali nekaj novega. Naučile smo se veliko novega: iskanja po literaturi, obdelave vprašalnikov in priprave grafov, računanja odstotkov. Naslednje leto bomo spet sodelovale z novo raziskovalno nalogo, le da bo takrat delo lažje, ker bomo nadgrajevale letošnje znanje.

5 VIRI IN LITERATURA

5.1 LITERATURA

Crubellier, M., Sip, J. (2000). Popolna števila. V M. Omladič (ur.), *Zgodovina matematike, zgodbe o problemih* (str. 47–78). Ljubljana: Migraf.

5.2 INTERNETNI VIRI

Fran: Slovarji Inštituta za slovenski jezik Frana Ramovška ZRC SAZU, 2018. Pridobljeno s <https://fran.si/>.

Wikipedija: Prosta enciklopedija, b.d. Pridobljeno s https://sl.wikipedia.org/wiki/Glavna_stran.

Presek: List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje: Prijateljska števila, Jože Grasselli, 1985/1986. Pridobljeno s <http://www.presek.si/13/797-Grasselli.pdf>.

5.2 SLIKOVNI VIRI

Škrabe, T., slika 1, 2019.

6 PRILOGA

6.1 ANKETNI VPRAŠALNIK

POPOLNA IN PRIJATELJSKA ŠTEVILA

Pozdravljen/a. Smo Eva, Pia in Neli iz 6. c razreda. Delamo raziskovalno nalogo o popolnih in prijateljskih številih. Želimo ti veliko sreče pri reševanju ankete. Pri vprašanjih lahko obkrožiš samo eno črko pred pravilno rešitvijo.

Razred: a b c

Spol: ženski moški

1. Dopolni poved.

POPOLNA ŠTEVILA SO ŠTEVILA , KI SO ENAKA _____ SVOJIH DELITELJEV, RAZEN ŠTEVILA SAMEGA.

2. Katero število je 1. popolno število?

- a) 2
- b) 8
- c) 6
- d) 4

3. Na kateri dve števki se končujejo popolna števila?

- a) 4, 6
- b) 2, 8
- c) 2, 6
- d) 6, 8

4. Katero število je naslednje popolno število?

- a) 23
- b) 26
- c) 28
- d) 29

5. Kako se imenujeta števili, katerih vsota njunih pravih deliteljev je križno enaka drugemu številu?

- a) prava števila
- b) prijazna števila
- c) popolna števila
- d) prijateljska števila

6. Kateri števili sta to?

- a) 224 in 219
- b) 220 in 199
- c) 284 in 220
- d) 228 in 220

6.2 IZJAVA

Mentorica Tina Škrabe v skladu z 2. in 17. členom Pravilnika raziskovalne dejavnosti »Mladi za Celje« Mestne občine Celje, zagotavljam, da je v raziskovalni nalogi z naslovom Popolna in prijateljska števila v 6. razredu, katere avtorice so Pia Bobnar, Eva Pečnik in Neli Turinek:

- besedilo v tiskani in elektronski obliki istovetno,
- pri raziskovanju uporabljeno gradivo navedeno v seznamu uporabljene literature,
- da je za objavo fotografij v nalogi pridobljeno avtorjevo dovoljenje in je hranjeno v šolskem arhivu,
- da sme Osrednja knjižnica Celje objaviti raziskovalno nalogo v polnem besedilu na knjižničnih portalih z navedbo, da je raziskovalna naloga nastala v okviru projekta Mladi za Celje,
- da je raziskovalno nalogo dovoljeno uporabiti za izobraževalne in raziskovalne namene s povzemanjem misli, idej, konceptov oziroma besedil iz naloge ob upoštevanju avtorstva in korektnem citiranju,
- da smo seznanjeni z razpisni pogoji projekta Mladi za Celje.

Celje, 4. 3. 2019

žig šole

Podpis mentorja

Podpis odgovorne osebe