

Mestna občina Celje
Komisija Mladi za Celje

GRAFIČNO MNOŽENJE S ČRTAMI

RAZISKOVALNA NALOGA

AVTORJA

Aleksej Mlinarevič, Vid Kalamiza

MENTORICA

Eva Iršič, prof. mat.

Celje, 2018

Osnovna šola Hudinja

Mariborska 125

GRAFIČNO MNOŽENJE S ČRTAMI

RAZISKOVALNA NALOGA

Avtorja:

Aleksej Mlinarevič, 7. b

Vid Kalamiza, 7. b

Mentorica:

Eva Iršič, prof. mat.

Mestna občina Celje, Mladi za Celje

Celje, 2018

KAZALO VSEBINE

POVZETEK.....	5
1. UVOD.....	6
1.1. Opis raziskovalnega problema.....	6
1.2. Hipoteze.....	6
1.3. Raziskovalne metode.....	7
2. TEORETIČNI UVOD.....	8
2.1. Kaj je število?.....	8
2.2. Desetiški sestav naravnih števil.....	8
2.3. Množenje.....	10
3. VRSTE MNOŽENJA.....	10
3.1. Rusko množenje.....	10
3.2. Vedsko množenje.....	11
3.3. Množenje na dolgo.....	12
3.4. Množenje s trakovi.....	13
3.5. Grafično množenje s črtami.....	16
4. PRAKTIČNO DELO V RAZREDU.....	18
5. REZULTATI IN UGOTOVITVE.....	19
5.1. Ugotovitve.....	21
6. ZAKLJUČEK.....	22
7. VIRI IN LITERATURA.....	23
8. VIRI SLIK.....	23

KAZALO SLIK

Slika 1: Abak	8
Slika 2: Prikaz števila z abakom	9
Slika 3: Prvi korak množenja s trakovi	13
Slika 4: Drugi korak množenja s trakovi	13
Slika 5: Tretji korak množenja s trakovi	13
Slika 6: Četrty korak množenja s trakovi	14
Slika 7: Peti korak množenja s trakovi	14
Slika 8: Šesti korak množenja s trakovi	14
Slika 9: Sedmi korak množenja s trakovi	15
Slika 10: Prvi korak grafičnega množenja s črtami	16
Slika 11: Drugi korak grafičnega množenja s črtami	16
Slika 12: Tretji korak grafičnega množenja s črtami	17
Slika 13: Četrty korak grafičnega množenja s črtami	17
Slika 14: Primeri delovnega lista	19

KAZALO TABEL

Tabela 1: Desetiški sestav naravnih števil	9
Tabela 2: Primer desetiškega sestava števila 12 135	9
Tabela 3: Primer množenja števil po ruski metodi	10
Tabela 4: Drugi korak množenja po ruski metodi	11
Tabela 5: Uspešnost pravilno rešenih primerov	19
Tabela 6: Uspešnost posameznih primerov	20
Tabela 7: Uspešnost pravilno rešenih primerov grafičnega množenja s črtami	20
Tabela 8: Uspešnost posameznih primerov grafičnega množenja s črtami	21

POVZETEK

Grafično množenje s črtami je ena od metod množenja, ki jo uporabljajo predvsem na Kitajskem. Že ime samo pove, da si pri tej metodi pomagajo z risanjem navpičnih in vodoravnih črt. Produkt zapišemo s pomočjo štetja presečišč, ki jih moramo simetrično od leve proti desni izolirati in števila zapisati. Rezultat dobimo tako, da števila preberemo iz desne proti levi. Desno število nam predstavlja enice, nato si proti levi sledijo desetice, stotice itd. Pri zapisovanju rezultata moramo biti pozorni na dvomestna števila presečišč, pri katerih zapišemo samo enice, desetice pa štejemo naprej. Med raziskovanjem po spletu pa sva naletela na še nekaj drugih zanimivih metod množenja dveh naravnih števil, ki sva jih želela s pomočjo primerov predstaviti. Te metode so rusko množenje, vedsko množenje, množenje na dolgo in množenje s trakovi.

S pomočjo raziskovalne naloge sva se želela naučiti zgoraj omenjenih metod množenja dveh naravnih števil in jih pokazati tudi najinim sošolcem. Podrobno sva se odločila preučiti samo metodo grafičnega množenja s črtami, zato sva izvedla delavnico v razredu.

1. UVOD

Grafično množenje s črtami je ena od metod množenja, ki jo uporabljajo predvsem na Kitajskem. To metodo sva zasledila med brskanjem po spletu in zdela se nama je zelo zanimiva, zato sva se odločila, da jo bova raziskala in se jo naučila. Med brskanjem po spletu pa sva naletela še na druge metode množenja, ki jih uporabljajo na različnih koncih sveta. Nekaj teh metod sva želela raziskati in jih predstaviti v raziskovalni nalogi.

Namen raziskovalne naloge je, da opiševa in predstaviva različne metode množenja. Odločila sva se za pet metod, kot so rusko množenje, vedsko množenje, množenje na dolgo, množenje s trakovi in grafično množenje s črtami. Ker nama je bilo grafično množenje s črtami najbolj všeč in se nama je zdelo najbolj enostavno, sva želela to metodo predstaviti še najinim sošolcem in jih naučiti ter preveriti njihovo razumevanje in spretnost.

1.1. Opis raziskovalnega problema

Pred začetkom raziskovanja različnih načinov množenja sva poiskala informacije in različne primere na spletu. Vse metode množenja sva raziskala in jih poskusila razumeti. Za namen raziskovalne naloge sva si izbrala pet metod množenja, ki sva jih tudi predstavila in razložila.

Ena izmed teh metod nama je bila še posebej všeč, in sicer grafično množenje s črtami. Zadala sva si cilj, da sošolce naučiva grafičnega množenja s črtami, zato sva s pomočjo učiteljice matematike pripravila učno uro. Sošolcem sva snov razložila, nato pa preverila njihovo razumevanje.

1.2. Hipoteze

Glede na cilje raziskovalne naloge sva predpostavila naslednje hipoteze.

H1: Trdimo, da bodo učenci pri računanju po metodi grafičnega množenja s črtami naredili manj napak kot po klasični metodi množenja.

H2: Trdiva, da bodo učenci pri računanju po metodi grafičnega množenja s črtami hitrejši kot pri klasičnem množenju.

H3: Trdiva, da bodo učenci po metodi grafičnega računanja s črtami delali več napak pri računanju zahtevnejših primerov.

1.3. Raziskovalne metode

Raziskovalno delo je temeljilo predvsem na raziskovanju pisnih virov in delavnic v razredu, kjer sva želela snov predstaviti svojim sošolcem in na podlagi njihovih izdelkov preveriti veljavnost hipotez.

Začela sva z metodo iskanja literature. Našla sva predvsem elektronske vire različnih načinov množenja, ki sva jih dobro preučila in jih povzela. Nato sva pripravila delovne liste in prezentacijo za sedmošolce, da sva lahko izvedla delavnico v razredu, in sošolce naučila metode grafičnega množenja s črtami.

Pripravila sva učni list s štirimi primeri množenja. Sošolci so morali pomnožiti dvomestno število z dvomestnim, trimestnega z dvomestnim, trimestnega s trimestnim in štirimestnega s štirimestnim.

Delo sva praktično izvedla z učenci sedmega razreda. Učenci so bili zelo motivirani, saj jih je tema zelo pritegnila. Z njihovimi besedami bi lahko rekla, da jim je bilo zelo všeč, da so delali nekaj drugačnega. Vendar ker so se s primerom grafičnega množenja srečali prvič, jim je bilo kar težko, nekatere pa sva spodbudila k samostojnemu raziskovanju še zahtevnejših primerov.

2. TEORETIČNI UVOD

2.1. Kaj je število?

Število je matematični pojem, s katerim opisujemo množino. Število dobimo s štetjem, zapisujemo pa ga z dogovorjenimi znaki. Pri nas znake, s katerimi tvorimo števila, imenujemo števke. Uporabljamo 10 števk, ki so 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in 0.

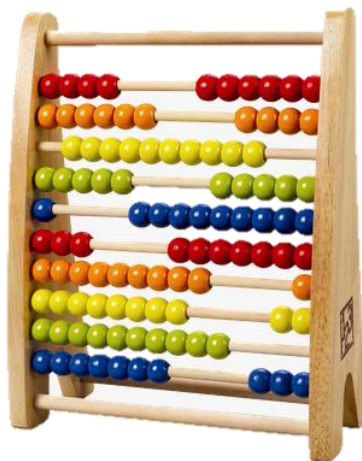
Števila združujemo v številске množice. Najmanjša številška množica se imenuje množica naravnih števil (\mathbb{N}). Naravna števila najpogosteje zapisujemo na dva načina. Z združevanjem števk ali zapis s črkami. Na primer število 54 je sestavljeno iz dveh števk, števke 5 in 4, lahko pa ga zapišemo tudi z besedo, na primer štiriinpetdeset.

Število lahko predstavimo še na druge načine, recimo z rimskimi številskami, črtnimi kodami, pisavo za slepe itd. (Berk, 2014)

2.2. Desetiški sestav naravnih števil

Ker imamo na rokah deset prstov, se je najbolj uveljavil desetiški številski sestav. Že beseda sama pove, da združujemo deset enot skupaj v eno večjo enoto. Za prikaz števil potrebujemo le devet gradnikov vsake vrste. Če bi jih želeli deset, raje vzamemo enega večjega.

Učni pripomoček, s katerim si lahko pomagamo, se imenuje abak. Iznašli so ga najverjetneje Babilonci že pred več kot 4000 leti. Še danes pa nam služi kot učni pripomoček ali pa kot otroška igrača. Abak je zgrajen iz paličic in barvnih kroglic.



Slika 1: Abak

Vsako naravno število lahko razčlenimo po potencah števila 10. Koeficienti, ki nastopajo ob posameznih potencah, oblikujejo desetiški zapis izbranega števila, imenujemo pa jih števke. To pomeni, da ima vsaka števka v številu svoj pomen in vrednost, odvisno od mesta, na katerem stoji. Na prvem mestu z desne so enice, drugo mesto z desne desetice, tretje mesto z desne stotice in tako dalje.

Oznaka	St	Dt	T	S	D	E
Poimenovanje	stotisočice	desettisočice	tisočice	stotice	desetice	enice
Vrednost	100 000	10 000	1000	100	10	1

Tabela 1: Desetiški sestav naravnih števil

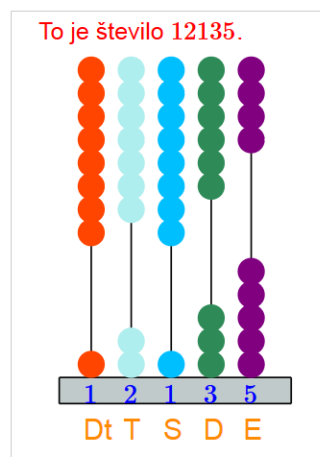
Poglejmo na primer število 12 135.

Oznaka	St	Dt	T	S	D	E
Vrednost	0	10 000	2000	100	30	5

Tabela 2: Primer desetiškega sestava števila 12 135

Število 12 135 ima namreč 5 enic, 3 desetice, 1 stotico, 2 tisočici in 1 desettisočico.

To lahko pokažemo tudi z abakom.



Slika 2: Prikaz števila z abakom

(povz. po <https://eucbeniki.sio.si/vega1/19/index1.html>)

2.3. Množenje

Množenje je ena izmed štirih osnovnih računskih operacij. Preostale so seštevanje, odštevanje in deljenje. Znak za množenje je pika v sredini. Rezultat pri računski operaciji množenja imenujemo zmnožek, števili, ki ju množimo, pa sta faktorja. Če na primer množimo števili 6 in 3, to pravzaprav pomeni, da vrednost prvega faktorja seštejemo tolikokrat, kot je vrednost drugega faktorja.

$$6 \cdot 3 = 6 + 6 + 6 = 18$$

(povz. po <https://sl.wikipedia.org/wiki/Mno%C5%BEenje>)

3. VRSTE MNOŽENJA

3.1. Rusko množenje

Med brskanjem po spletu sva naletela na zanimivo metodo, ki ji pravijo rusko ali etiopsko množenje. Te metode nam v šoli niso predstavili, ampak naju je zelo pritegnila, tako da sva pričela z iskanjem in raziskovanjem še drugih metod množenja, ki jih v šoli nismo spoznali.

Najprej pa si pogledjmo, kako množimo po ruski metodi števili 27 in 35.

Števili si zapišemo v dva stolpca, vsakega posebej. V levem stolpcu števila delimo z 2, pri čemer ostanke zanemarimo, dokler ne pridemo do števila 1. V drugem desnem stolpcu pa števila množimo z dva, vendar le tolikokrat, kot smo delili v levem stolpcu, tako da se nam število vrstic ujema.

27	35
13	70
6	140
3	280
1	560

Tabela 3: Primer množenja števil po ruski metodi

V drugem koraku v desnem stolpcu prečrtamo števila, ki so v isti vrstici kot na levi strani sodo števila. Soda števila so namreč števila, ki imajo na mestu enic sodo števko, te pa so 0, 2, 4, 6 ali 8.

V našem primeru prečrtamo število 140, saj je na levi strani v isti vrstici število 6, ki pa je sodo število.

27	35
13	70
6	140
3	280
1	560

Tabela 4: Drugi korak množenja po ruski metodi

Nato seštejemo vsa neprečrtana števila v desnem stolpcu in dobimo rezultat.

$$35 + 70 + 280 + 560 = 945$$

(povz. po <https://damjanjagar.wordpress.com/2005/04/18/rusko-mnozenje/>)

3.2. Vedsko množenje

Vedsko množenje je metoda, ki jo uporabljajo tekmovalci v računanju na pamet. Ta metoda prihaja iz Indije in je zelo učinkovita. Imenujemo jo tudi križna metoda.

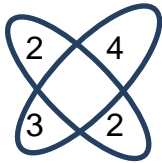
Poglejmo si, kako množimo po tej metodi števili 24 in 32.

Najprej števili zapišemo eno pod drugo. Pozorni moramo biti, da so enice pod enicami, desetice pod desetnicami in tako naprej. Najprej zmnožimo desni stolpec, da dobimo enice.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{r} 4 \\ 2 \end{array}$$

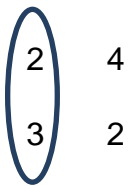
Produkt števil je torej $4 \cdot 2 = 8$.

Nadaljujemo z računanjem desetnic. V drugem koraku najprej križno pomnožimo števili po obeh diagonalah in ju seštejemo.



Sledi, da je $2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 4 + 12 = 16$. Ker smo dobili dvomestno število, to pomeni, da bo v rezultatu na mestu desetic številka 6, enko bomo nesli dalje ter jo prišteli k stoticam.

Izračunati moramo še stotice, in sicer tako, da pomnožimo števili v levem stolpcu.



Produkt je $2 \cdot 3 = 6$, vendar moramo prišteti še 1, ki smo jo šteli dalje, torej je rezultat $6 + 1 = 7$.

Sedaj zapišemo število iz leve proti desni. Na mestu enic smo dobili številko 8, na mestu desetic 6 ter na mestu stotic 7. Rezultat je torej število 768.

(povz. po <http://www2.nauk.si/materials/338/out-697510/index.html#state=1>)

3.3. Množenje na dolgo

Če želimo pomnožiti dve števili po tej metodi, gre takole. Množimo števili 15 in 62. Prvi faktor pustimo tako, kot je, drugi faktor pa razdelimo na enice, desetice, stotice ...

$$62 = 2 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^1 = 2 + 60$$

Število 62 razstavimo, torej na 2 enici in 6 desetih, kar zapišemo s številom 60. Rezultat dobimo tako, da prvi faktor množimo najprej z enicami drugega faktorja, nato prištejemo produkt prvega faktorja z deseticami drugega faktorja in tako dalje.

$$15 \cdot 2 = 30$$

$$15 \cdot 60 = 900$$

$$30 + 900 = 930$$

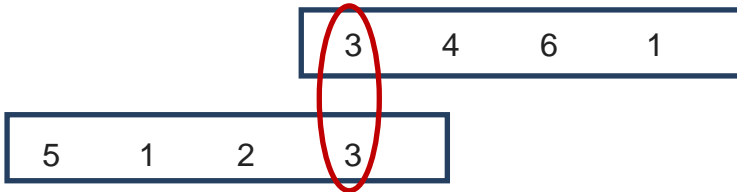
Rezultat je torej število 930.

(povz. po <http://www2.nauk.si/materials/338/out-697510/index.html#state=1>)

3.4. Množenje s trakovi

Pri tem postopku potrebujemo dva trakova. Zmnožila bova števili 1643 in 5123. Vsako število zapišemo na svoj trak, vendar enega od njiju v nasprotnem vrstnem redu. Število, ki je zapisano v obratnem vrstnem redu, postavimo na vrh.

Sedaj trakova postavimo enega pod drugega, tako da so enice pod enicami, kot vidimo na Sliki 3. Števki navpično množimo med sabo.



Slika 3: Prvi korak množenja s trakovi

Dobimo produkt $3 \cdot 3 = 9$. Spodnji trak pomaknemo za eno mesto v desno in ponovno navpični števili množimo, produkte pa seštevamo.

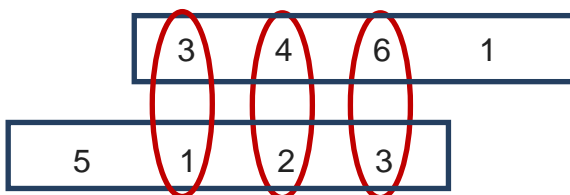


Slika 4: Drugi korak množenja s trakovi

Sedaj dobimo dva produkta, ki ju med sabo seštejemo.

$$3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 6 + 12 = 18$$

Spodnji trak ponovno pomaknemo za eno mesto v desno.

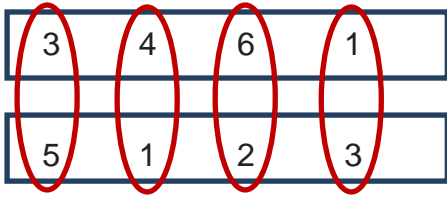


Slika 5: Tretji korak množenja s trakovi

V tem koraku dobimo tri števila, ki imajo navpično pare, zato jih pomnožimo in produkte med sabo seštejemo.

$$3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 3 + 8 + 18 = 29$$

Spodnji trak pomaknemo še za eno mesto v desno, kot vidimo na Sliki 6.



Slika 6: Četrty korak množenja s trakovi

Dobimo naslednje produkte.

$$3 \cdot 5 = 15$$

$$4 \cdot 1 = 4$$

$$6 \cdot 2 = 12$$

$$1 \cdot 3 = 3$$

Sedaj te produkte med sabo seštejemo $15 + 4 + 12 + 3 = 34$. Vsota je 34.

V naslednjem koraku spodnji trak pomaknemo za eno mesto v desno. Sedaj pomnožimo tiste številke, ki imajo pod sabo par in ponovno seštejemo produkte.



Slika 7: Peti korak množenja s trakovi

V tem koraku pomnožimo naslednja števila.

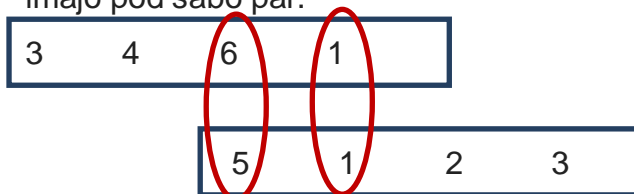
$$4 \cdot 5 = 20$$

$$6 \cdot 1 = 6$$

$$1 \cdot 2 = 2$$

Vsota produktov je $20 + 6 + 2 = 28$.

Ponovno spodnji trak pomaknemo v desno in navpično pomnožimo števila, ki imajo pod sabo par.



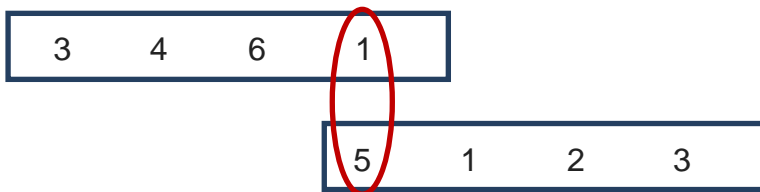
Slika 8: Šesti korak množenja s trakovi

Produkti so naslednji.

$$6 \cdot 5 = 30$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

Zopet seštejemo produkta $20 + 1 = 31$. Spodnji trak pa za eno mesto pomaknemo v desno.



Slika 9: Sedmi korak množenja s trakovi

V tem koraku nam ostane samo še en produkt $1 \cdot 5 = 5$. Prišli smo do konca, saj traka ne moremo več premikati, ker števila ne bodo več imela para pod sabo.

Zato lahko zapišemo rezultat. Vsote, ki smo jih sešteli v posameznih korakih, nam predstavljajo v prvem koraku enice, v drugem koraku desetice, v tretjem koraku stotice, v četrtem koraku tisočice in tako dalje. Dobili smo naslednje vsote:

- v prvem koraku 9,
- v drugem koraku 18,
- v tretjem koraku 29,
- v četrtem koraku 34,
- v petem koraku 28,
- v šestem koraku 31 in
- v sedmem koraku 5.

Zapišimo torej rezultat:

$$\begin{aligned} 9 \cdot 10^0 + 18 \cdot 10^1 + 29 \cdot 10^2 + 34 \cdot 10^3 + 28 \cdot 10^4 + 31 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^6 &= \\ = 9 + 180 + 2\,900 + 34\,000 + 280\,000 + 3\,100\,000 + 5\,000\,000 &= \\ = \mathbf{8\,417\,089} \end{aligned}$$

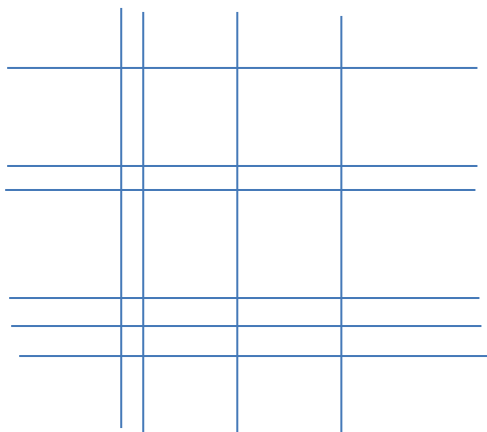
(povz. po <http://www2.nauk.si/materials/338/out-697510/index.html#state=1>)

3.5. Grafično množenje s črtami

Pri postopku grafičnega množenja s črtami si, kot že ime samo pove, pomagamo s črtami in štejemo števila presečišč, ki jih zapišemo kot rezultat.

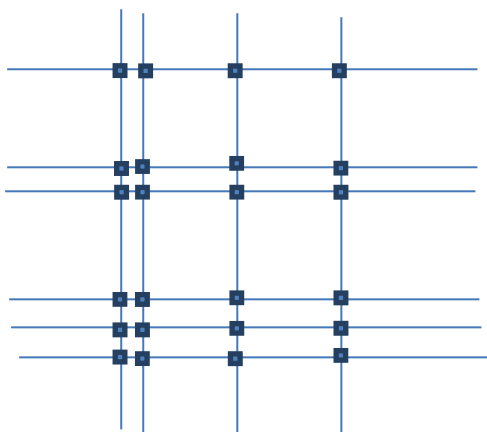
Rišemo toliko črt, kolikor je posamezna številka v številu, med števki pustimo malo prostora. Za prvi faktor rišemo navpične črte, za drugi faktor pa vodoravne. Črte rišemo iz leve proti desni oziroma od zgoraj navzdol. Poglejmo si primer produkta $211 \cdot 123$.

Najprej narišemo navpične črte. Ker prvi faktor sestavljajo številke 2, 1 in 1, bomo najprej narisali 2 navpični črti, pustili malo presledka, nato pa eno navpično, zopet malo presledka in še eno navpično črto. Za drugi faktor rišemo vodoravne črte glede na številke, iz katerih je število sestavljeno. Najprej eno črto, nato dve in na koncu še 3 vodoravne črte, saj je število 123.



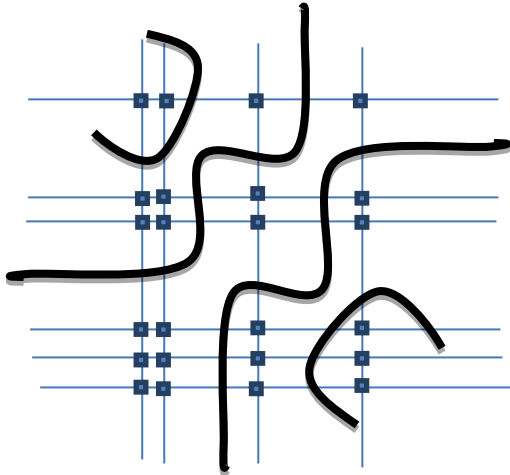
Slika 10: Prvi korak grafičnega množenja s črtami

V drugem koraku vsa presečišča označimo s pikami.



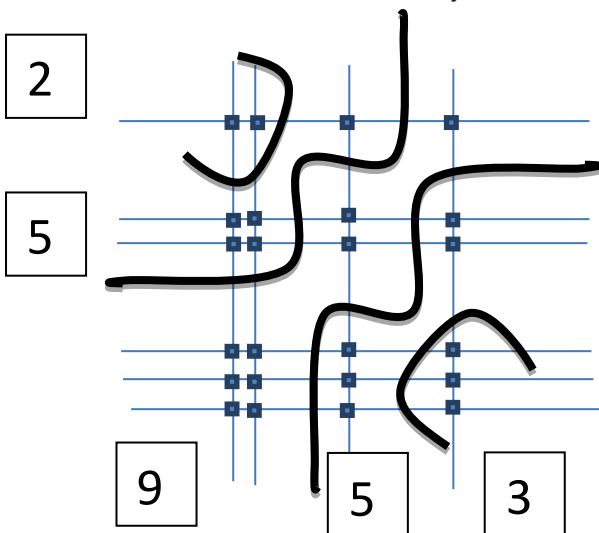
Slika 11: Drugi korak grafičnega množenja s črtami

S črtami ločimo območja. Začnemo v levem zgornjem kotu, kjer izoliramo eno območje. Enako naredimo v desnem spodnjem kotu, kjer prav tako izoliramo eno območje. Nato nadaljujemo in izoliramo dve območji iz leve in dve iz desne. Na sredini nam ostanejo tri območja, ki jih izoliramo posebej. Pomembno je namreč, da je število izoliranih območij simetrično, kot kaže Slika 12.



Slika 12: Tretji korak grafičnega množenja s črtami

S štetjem presečišč začnemo v spodnjem desnem območju. Število presečišč nam predstavlja enice. Nadaljujemo s štetjem od desne proti levi, kjer dobimo število desetec, nato stotic in tako dalje.



Slika 13: Četrti korak grafičnega množenja s črtami

Če preberemo števila iz desne proti levi, dobimo 3 enice, 5 desetec, 9 stotic, 5 tisočic in 2 desettisočici.

Torej je produkt $211 \cdot 123 = 25\,953$.

4. PRAKTIČNO DELO V RAZREDU

Izmed vseh predstavljenih vrst množenja naju je najbolj pritegnilo grafično množenje s črtami, ki nama je bilo tudi najbolj všeč, saj se nama je zdelo zelo enostavno. Zato sva ga želela predstaviti svojim sošolcem in preveriti njihovo razumevanje.

Na nivojskih urah v 7. razredu sva s pomočjo učiteljice matematike pripravila prosojnice in sošolcem predstavila vsebino ure ter jim na čim bolj enostaven način želela pokazati grafično množenje s črtami. Nato sva jim razdelila pripravljene učne liste, s pomočjo katerih sva merila pravilnost rezultatov. Želela sva preveriti hipoteze, ki sva si jih zadala.

Snov sva predstavila na nivojskih urah, tako da je bilo v razredu med 9 in 14 učencev, kar nama je delo malo olajšalo.

Ker naju je zanimalo, katero množenje bo sošolcem lažje, sva jim na začetku razdelila delovne liste, na katerih so morali izračunati produkte štirih števil tako, kot znajo. Iste primere so potem morali množiti še po metodi grafičnega računanja s črtami. Merila sva tudi čas reševanja, da sva lahko izračunala povprečen čas, ki so ga učenci porabili za reševanje istih primerov po prvi in nato še po drugi metodi.

Nato sva pričela z razlago grafičnega množenja s črtami. Presentacijo sva začela na primeru množenja dveh dvomestnih števil. Za primer sva vzela števili 12 in 33. S pomočjo predstavitve, ki sva jo pripravila v PowerPointu, sva učencem razlagala, oni pa so sproti reševali primere in napisali navodila v svoj zvezek.

Postopoma sva nadaljevala s težavnostjo in nadaljevala z množenjem tromestnega števila s tromestnim. Na koncu pa še štirimestnega s štirimestnim. Sošolce sva posebej opozarjala na prehode, torej če dobimo dvomestno število presečišč, število na mestu enic zapišemo, desetice pa štejemo naprej. Medtem časom sva hodila po razredu in posameznikom pomagala.

Ko sva s presentacijo končala, sva ponovno razdelila enake delovne liste kot na začetku ure, ampak učenci so jih zdaj morali rešiti po metodi grafičnega množenja s črtami. Spet sva čas izmerila in si ga zapisala. Medtem ko so učenci reševali liste, so imeli veliko vprašanj, saj jim je bila ta snov nova. Nekaj jih ni poslušalo dovolj dobro in tistim sva dodatno razložila in so nato snov le razumeli.

Po tej prezentaciji sva pregledala vse delovne liste in izračunala povprečen čas računanja na navaden način in način z grafičnim postopkom.

5. REZULTATI IN UGOTOVITVE

Preden sva začela z zbiranjem rezultatov v razredu, sva omejila čas reševanja delovnih listov na 10 minut, saj drugače časovno ne bi končala z razlago v eni uri. V razredu sva učencem merila čas dvakrat. Prvič sva merila, ko so množili štiri števila po klasični metodi. Izračunala sva povprečni čas, in sicer sva čas, ko je končal prvi učenec in čas ko je oddal zadnji učenec, seštela ter delila z 2. Povprečen čas množenja po klasični metodi je bil 4 minute in 10 sekund. Enako sva naredila pri reševanju štirih primerov po metodi grafičnega računanja s črtami in dobila povprečen čas 9 minut in 30 sekund.

Ko sva analizirala delovne liste, sva bila pozorna na dve stvari. Zanimalo naju je, koliko primerov so učenci rešili pravilno in katere primere po zahtevnosti so imeli večinoma prav. Primeri so se stopnjevali po težavnosti in jih vidimo na Sliki 14.

Izračunaj.

$$23 \cdot 12 =$$

$$213 \cdot 22 =$$

$$143 \cdot 132 =$$

$$4321 \cdot 1234 =$$

Slika 14: Primeri delovnega lista

Uspešnost bova prikazala v Tabeli 5. Vseh učencev, ki so reševali delovni list, je bilo 37.

Število uspešno rešenih primerov	1	2	3	4
Število učencev	2	8	12	14

Tabela 5: Uspešnost pravilno rešenih primerov

Iz Tabele 5 vidimo, da je 14 učencev od 37 vse primere rešilo pravilno. Z eno napako ali brez pa jih je skupaj 26, kar je več kot polovica. Samo en učenec je imel vse primere rešene napačno.

Zanimalo naju je tudi, katere primere so imeli večinoma prav. Primeri so si sledili po težavnosti. V prvem primeru so množili dvomestno število z dvomestnim, v drugem primeru tromestno z dvomestnim, v tretjem primeru tromestno s tromestnim in še v četrtem primeru štirimestno število s štirimestnim, kar vidimo tudi na Sliki 14.

Rezultate sva prikazala v spodnji tabeli.

Številka primera in račun	1. 23 · 12	2. 213 · 22	3. 143 · 132	4. 4321 · 1234
Število pravilno rešenih	33	32	26	19

Tabela 6: Uspešnost posameznih primerov

Rezultati so bili pričakovani, saj se primeri stopnjujejo po težavnosti, zato je število pravilno rešenih računov tudi padalo. Največ učencev, kar 33, je pravilno rešilo prvi primer, torej množenje dvomestnega števila z dvomestnim, in samo en učenec manj je pravilno rešil drugi primer, produkt tromestnega števila s tromestnim.

Pri grafičnem množenju s črtami so učenci reševali enake štiri primere. Vrnili so nama samo 35 delovnih listov, ki sva jih analizirala. Dva učenca nista končala in tudi delovnih listov nista vrnila. Uspešnost je bila naslednja in je prikazana v Tabeli 7.

Število uspešno rešenih primerov	1	2	3	4
Število učencev	8	9	4	2

Tabela 7: Uspešnost pravilno rešenih primerov grafičnega množenja s črtami

Opazimo, da sta samo dva učenca rešila vse štiri primere pravilno, medtem ko je na drugi strani vse primere napačno rešilo kar 12 učencev. Rezultate pravilnosti po posameznih primerih grafičnega množenja s črtami pa sva prikazala v Tabeli 8.

Številka primera in račun	1. 23 · 12	2. 213 · 22	3. 143 · 132	4. 4321 · 1234
Število pravilno rešenih	18	14	11	3

Tabela 8: Uspešnost posameznih primerov grafičnega množenja s črtami

Ponovno je največ učencev pravilno rešilo prvi primer, torej množenje dvomestnega števila z dvomestnim in samo štirje učenci manj so pravilno rešili tudi drugi primer, množenje tromestnega števila z dvomestnim. Nato pa je uspešnost padala skupaj z zahtevnostjo. Četrty primer so pravilno rešili samo trije učenci.

5.1. Ugotovitve

Glede na izmerjene in preštete rezultate sva preverila veljavnost hipotez.

H1: Trdiva, da bodo učenci pri računanju po metodi grafičnega množenja s črtami naredili manj napak kot po klasični metodi množenja.

Te hipoteze nisva potrdila, saj vidimo, da je po klasični metodi množenja vse primere pravilno rešilo 14 učencev, po metodi grafičnega množenja s črtami pa sta samo dva učenca rešila vse pravilno. Na drugi strani pa je po klasični metodi množenja samo en učenec rešil vse štiri primere narobe, po metodi grafičnega množenja s črtami pa je vse primere napačno rešilo kar 12 učencev.

H2: Trdiva, da bodo učenci pri računanju po metodi grafičnega množenja s črtami hitrejši kot pri klasičnem množenju.

Druge hipoteze prav tako nisva potrdila, saj je povprečen čas množenja po klasični metodi 4 minute in 10 sekund, povprečen čas množenja po metodi grafičnega množenja s črtami pa 9 minut in 30 sekund. Najverjetneje bi bil povprečen čas še daljši, vendar sva čas omejila na največ 10 minut.

H3: Trdiva, da bodo učenci po metodi grafičnega računanja s črtami delali več napak pri računanju zahtevnejših primerov.

Tretjo hipotezo pa lahko potrdiva, saj stopnja zahtevnosti po primerih narašča. Prvi in najlažji primer je namreč pravilno rešilo 18 učencev, drugi primer, ki je bil že zahtevnejši je pravilno rešilo 14 učencev, tretjega je pravilno rešilo 11 učencev in najtežjega, četrti primer, so pravilno rešili samo trije učenci.

6. ZAKLJUČEK

Osnovni namen najine raziskovalne naloge je bil, da raziščeva in se naučiva še drugih načinov množenja, ki jih uporabljajo ljudje po svetu. Želela pa sva tudi sedmošolce naučiti metode grafičnega množenja s črtami, nato preveriti njihovo razumevanje in izračunati pravilnost njihovih rezultatov.

V prvem delu sva na kratko ponovila nekaj splošnih pojmov, na primer, kaj je to število ter kako ga zapisujemo oziroma njegov desetiški sestav. V drugem delu sva razložila in na primerih prikazala pet vrst množenja. Izbrala sva si rusko množenje, vedsko množenje, množenje na dolgo, množenje s trakovi in grafično množenje s črtami. Zadnjega sva predstavila še sošolcem in tako sva v tretjem delu raziskovalne naloge opisala še najino delo v razredu.

Potrdila sva samo tretjo hipotezo, prvi dve pa sva ovrгла. Izkazalo se je namreč, da so učenci več napak delali pri grafičnem množenju s črtami in da so bili pri tej metodi počasnejši oziroma so potrebovali več časa kot pri metodi klasičnega množenja. Grafično množenje s črtami so srečali prvič in jim še ni postalo rutina, zato so bili še bolj previdni in posledično počasnejši. Pri treh učencih sva opazila, da so imeli prav rešene vse tri račune, četrtega pa pravilno narisane, vendar jim je zmanjkalo časa.

Pri analizi rezultatov pa sva tudi opazila, da so imeli kar nekaj težav s prehodi, saj desetice niso šteli naprej, ampak so jih kar zapisali zraven enic ter dobili ogromna števila. Meniva, da bi bilo smiselno še enkrat meriti pravilnost po večkratni vaji, ker bi učenci lahko grafično množenje bolje usvojili.

Z raziskovalno nalogo pa sva se naučila še nekaj metod množenja, ki jih sicer pri pouku ne uporabljamo, vendar nama je bilo všeč in prav tako sedmošolcem, da kakšno uro matematike v letu popestrimo z drugačnimi temami, ki so nam bolj zanimive.

7. VIRI IN LITERATURA

Berk, J., Draksler in Robič, M. (2014). Skrivnosti števil in oblik 6. Učbenik za matematiko v 6. razredu osnovne šole. Ljubljana: Rokus Klett.

Jagar, D., Rusko množenje. (2005). Pridobljeno s <https://damjanjagar.wordpress.com/2005/04/18/rusko-mnozenje/> [2. 2. 2018]

Množenje: <https://sl.wikipedia.org/wiki/Mno%C5%BEenje> [6. 2. 2018]

Prezelj, T., Hitro množenje celih števil. (2018). Pridobljeno s <http://www2.nauk.si/materials/338/out-697510/index.html#state=1> [2. 2. 2018]

8. VIRI SLIK

Slika 1: Abak

<http://www.iucbeniki.si/mat5/717/index.html>

Slika 2: Prikaz števila z abakom

<https://eucbeniki.sio.si/vega1/19/index1.html>

Slika 3: Prvi korak množenja s trakovi (avtorska slika)

Slika 4: Drugi korak množenja s trakovi (avtorska slika)

Slika 5: Tretji korak množenja s trakovi (avtorska slika)

Slika 6: Četrti korak množenja s trakovi (avtorska slika)

Slika 7: Peti korak množenja s trakovi (avtorska slika)

Slika 8: Šesti korak množenja s trakovi (avtorska slika)

Slika 9: Sedmi korak množenja s trakovi (avtorska slika)

Slika 10: Prvi korak grafičnega množenja s črtami (avtorska slika)

Slika 11: Drugi korak grafičnega množenja s črtami (avtorska slika)

Slika 12: Tretji korak grafičnega množenja s črtami (avtorska slika)

Slika 13: Četrti korak grafičnega množenja s črtami (avtorska slika)

Slika 14: Primer delovnega lista (avtorska slika)